

Zygmunt Kurałowicz

# **GEODEZJA**

**podstawowe obliczenia  
oraz wybrane ćwiczenia**

Gdańsk 2022

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

*Dariusz Mikielewicz*

RECENZENCI

*Eligiusz Mieloszyk*

*Krzysztof Świętek*

PROJEKT OKŁADKI

*Katarzyna Olszonowicz*

Wydanie II – 2014

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem  
<https://www.sklep.pg.edu.pl>

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej  
Gdańsk 2022

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie  
i w jakiegokolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy.

ISBN 978-83-7348-871-7

---

# Spis treści

Wstęp .....	5
1. Wybrane symbole, określenia i wzory stosowane w podstawowych obliczeniach geodezyjnych....	7
1.1. Alfabet grecki .....	7
1.2. Stałe geodezyjne, fizyczne, astronomiczne i matematyczne .....	7
1.3. Jednostki miar i definicje .....	8
1.4. Zasady obliczeń rachunkowych Bradisa-Kryłowa (reguły Bradisa-Kryłowa) .....	9
1.5. Ogólne zasady wykonywania obliczeń w pracach geodezyjnych .....	10
1.6. Obliczanie powierzchni .....	10
1.7. Przeliczanie miar kątowych .....	11
1.8. Wzory pomocnicze .....	11
1.9. Geodezyjny układ współrzędnych .....	12
1.10. Równania prostych i współrzędne punktów .....	13
1.11. Długość linii pochyłej zredukowanej do poziomu .....	15
1.12. Obliczanie długości odcinka na podstawie współrzędnych punktu końcowego i początkowego .....	16
1.13. Obliczanie współrzędnych punktu przecięcia dwóch prostych .....	16
1.14. Równanie okręgu o znanych współrzędnych środka .....	17
1.15. Równanie elipsy (w odniesieniu do osi) .....	17
1.16. Funkcje trygonometryczne .....	17
1.17. Wzory do obliczania powierzchni wieloboków .....	20
1.18. Rachunek błędów .....	22
1.19. Azymuty obliczane ze współrzędnych .....	29
1.20. Algebra wektorów .....	30
1.21. Działania na macierzach .....	30
1.22. Oznaczenia pomierzonych kątów poziomych .....	31
1.23. Obsługa kalkulatora CASIO fx-991ESi CASIO fx-350ES .....	31
2. Podstawowe obliczenia geodezyjne i ich zastosowanie .....	35
2.1. Przeliczanie miar kątowych .....	35
2.2. Obliczanie kątów poziomych i pionowych na podstawie pomierzonych kierunków .....	40
2.3. Obliczanie azymutów, odległości i współrzędnych $x$ , $y$ punktów oraz par kątów ze współrzędnych .....	47
3. Wyznaczanie powierzchni różnymi metodami .....	99
3.1. Obliczanie powierzchni metodami: mechaniczną, analityczną i graficzną .....	99
4. Ciągi sytuacyjne i poligonowe .....	135
4.1. Obliczanie elementów ciągów sytuacyjnych, poligonowych i transformacji .....	135
5. Pomiary niwelacyjne .....	169
5.1. Przenoszenie wysokości – ciągi niwelacyjne .....	169
5.2. Niwelacja powierzchniowa .....	182

---

6. Geodezyjne pomiary inżynierskie – wybrane przykłady .....	186
7. Przykłady opracowania sprawozdań technicznych wybranych ćwiczeń terenowych – zadań geodezyjnych .....	205
8. Przebieg głównych czynności podczas wybranych prac terenowych i kameralnych – przykłady ćwiczeń oraz znaków umownych .....	216
9. Pytania kontrolne do ćwiczeń kameralnych i terenowych wykonywanych zespołowo .....	220
Literatura pomocnicza dla studentów .....	238

---

## Wstęp

Skrypt został napisany z myślą o studentach kierunków: „budownictwo”, „inżynieria środowiska”, „geodezja i kartografia”, „transport”, „gospodarka przestrzenna” oraz „architektura”, którzy powinni poznać w ramach przedmiotu *geodezja* oraz w przedmiotach pokrewnych zastosowanie podstawowych obliczeń geodezyjnych. W skrypcie podano przykłady – rozwiązania podstawowych zadań geodezyjnych, dotyczących wybranych problemów z zakresu obliczeń i pomiarów. Kolejne trzecie wydanie zawiera dodatkowe przykłady obliczeń, bardziej przydatnych studentom na kierunku „geodezja i kartografia”, obliczone przy udziale studentów pod opieką autora skryptu.

W pierwszym rozdziale poza dotychczasową treścią obejmującą obliczenia rachunkowe, wzory pomocnicze, określenia używane w obliczeniach geodezyjnych i matematycznych, obowiązujące oraz dawne jednostki miar stosowane na terenach Polski, dodatkowo przedstawiono m.in. zasady korzystania z kalkulatora CASIO. W dalszych rozdziałach przedstawiono rozwiązania zadań z zagadnień omawianych podczas wykładów oraz ćwiczeń na studiach stacjonarnych i niestacjonarnych wymienionych kierunków studiów. Dotyczą one przeliczania jednostek, miar kątowych, obliczania współrzędnych punktów, długości odcinków, azymutów oraz powierzchni działek o różnym kształcie, obliczania ciągów poligonowych i ciągów niwelacyjnych, a także przenoszenia wysokości. Zamieszczono przykłady obliczeń związanych m.in. z tyczeniem budynków i elementów tras komunikacyjnych – łuków kołowych różnymi metodami, wyznaczeniem wysokości budynków. Łącznie przedstawiono ponad 110 rozwiązanych przykładów liczbowych oraz kilkanaście zaleconych do indywidualnego rozwiązania, przeanalizowania lub sprawdzenia inną metodą. Zadania i rysunki do samodzielnego rozwiązania oznaczono gwiazdką (\*). Zaleca się, aby do każdego zadania wykonać samodzielnie obliczenia sprawdzające inną metodą niż podano w skrypcie oraz sporządzić rysunek w przyjętej skali lub z zachowaniem proporcji.

Szczególne podziękowania autor skryptu przekazuje recenzentowi: dr hab. inż. Krzysztofowi Świątkowi, prof. nadzw. Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie oraz prof. dr. hab. inż. Eligiuszowi Mieloszykowi z Politechniki Gdańskiej za cenne uwagi wskazane podczas edycji skryptu.

Ponadto autor dziękuje dr. inż. Karolowi Dalidze za pomoc techniczną w przygotowywaniu trzeciego wydania skryptu.

*Autor*